

AB 9 · Lösungen

Abi

Datum:

Lösungsleiter: Vergleichen Sie zuerst nur Ihr **Endergebnis** (Tabelle). Stimmt es nicht, lesen Sie den Lösungsweg Schritt für Schritt, bis Sie die erste Abweichung finden. Fehler anstreichen, nicht löschen – mit **grün** verbessern und die Ursache notieren.

Endergebnisse

Aufgabe	Endergebnis
Sprungaufgabe A	a) $\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}$ b) 3 c) $M(2\,\vert\,1{,}5\,\vert\,4)$ d) ja
Aufgabe 1 ★	$\frac{3}{2}\sqrt{5}\approx 3{,}35$ FE
Beispiel 2 (Lücken)	$6;\ -3;\ 1;\ 0$
Aufgabe 2 ★	$\begin{pmatrix}-3\\3\\6\end{pmatrix}$; $3\sqrt{6}$
Aufgabe 3 ★	a) $\begin{pmatrix}3\\-2\\0\end{pmatrix}$ b) 3 c) 5 d) 90°
Sprungaufgabe B	a) 60° b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
Aufgabe 4 ★	a) $D(2\,\vert\,4\,\vert\,2)$ b) nein c) $4\sqrt{13}\approx 14{,}4$
Aufgabe 5 ★	a) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ b) $t=0{,}8$
Sprungaufgabe C	$\overrightarrow{AC}=3\cdot\overrightarrow{AB}$
Aufgabe 6 ★	a) $\sqrt{17}\approx 4{,}12$ m b) $8\sqrt{13}\approx 28{,}8$ m² c) ca. $46{,}7^\circ$
Aufgabe 7 ★	$P'(3\,\vert\,-2\,\vert\,-1)$
Aufgabe 8	a) alle Seiten $2\sqrt{2}$ b) z. B. $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ c) $2\sqrt{3}$

Lösungswege

Sprungaufgabe A:

a) $\vec{B}-\vec{A}$

b) $\sqrt{4+1+4}=3$

c) $\frac{1}{2}(1+3;2+1;3+5)$

d) $2-2+0=0$

Aufgabe 1:

$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}$, Skalarprodukt $2-2+0=0$; $A=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot\sqrt{5}$

Beispiel 2: Lücken

$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}6\\-3\\1\end{pmatrix}$; Probe mit $\vec{b}$: $0-3+3=0$ ✓; Parallelogrammfläche $\sqrt{46}$

Aufgabe 2:

$(0\cdot(-1)-1\cdot 3;1\cdot 1-2\cdot(-1);2\cdot 3-0\cdot 1)$; Probe: $-6+0+6=0$ und $-3+9-6=0$; $\sqrt{9+9+36}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$

Aufgabe 3:

a) Fuß minus Spitze gerechnet; richtig $\vec{B}-\vec{A}$.

b) Wurzel aus der Quadratsumme: $\sqrt{1+4+4}=3$.

c) Das Skalarprodukt ist eine Zahl: $2+0+3=5$.

d) $\cos 90^\circ=0$.

Sprungaufgabe B:

a) $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$

b) $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}$, $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

Aufgabe 4:

a) $\vec{D}=\vec{A}+\overrightarrow{BC}=\vec{A}+\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{AB}\circ\overrightarrow{AD}=\begin{pmatrix}4\\0\\0\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}1\\3\\2\end{pmatrix}=4\neq 0$

c) $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}=\begin{pmatrix}0\\-8\\12\end{pmatrix}$, $\sqrt{208}=4\sqrt{13}$

Aufgabe 5:

a) $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ hat die Länge 3

b) $3t+2t-4=0$

Sprungaufgabe C:

$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}3\\6\\3\end{pmatrix}=3\cdot\overrightarrow{AB}$: Die Vektoren sind parallel und haben den Punkt A gemeinsam.

Aufgabe 6:

a) $\overrightarrow{AS}=\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}$, $\sqrt{4+4+9}$

b) Dreieck ABS: $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AS} = \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 8 \end{pmatrix}$, $A = \frac{1}{2}\sqrt{208} = 2\sqrt{13}$; mal 4

c) $\cos\varphi = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{8}} = \frac{8}{\sqrt{136}}$, $\varphi \approx 46{,}7^\circ$

Aufgabe 7:

$\overrightarrow{P'} = \vec{P} + 2 \cdot \overrightarrow{PZ} = 2\vec{Z} - \vec{P}$

Aufgabe 8:

a) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = \sqrt{8}$ (2 BE)

b) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ (2 BE)

c) $\frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}\right| = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ (2 BE)

Zum Weiterdenken:

$|\vec{a} \times \vec{b}|$ ist die Grundfläche. Das Skalarprodukt mit $\vec{c}$ liefert $|\vec{a} \times \vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos\varphi$, und $|\vec{c}| \cos\varphi$ ist genau die Höhe senkrecht zur Grundfläche.