

AB 8 · Lösungen

Abi

Datum:

Lösungsleiter: Vergleichen Sie zuerst nur Ihr **Endergebnis** (Tabelle). Stimmt es nicht, lesen Sie den Lösungsweg Schritt für Schritt, bis Sie die erste Abweichung finden. Fehler anstreichen, nicht löschen – mit **grün** verbessern und die Ursache notieren.

Endergebnisse

Aufgabe	Endergebnis
Sprungaufgabe A	a) x^3-2x^2+x b) $\frac{1}{2}e^{2x}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 2
Aufgabe 1 ★	a) $\frac{2}{3}$ b) $2e^2-2$
Beispiel 2 (Lücken)	$\pm 2;\ \frac{1}{3}x^3-4x;\ \frac{16}{3};\ \frac{32}{3}$
Aufgabe 2 ★	$\frac{4}{3}$
Aufgabe 3 ★	a) $\frac{1}{3}e^{3x}$ b) $-\frac{1}{x}$ c) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{1}{8}(2x+1)^4$
Sprungaufgabe B	a) 2 b) $\frac{1}{6}$
Aufgabe 4 ★	a) $-\frac{1}{x^2}$ b) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ c) $\ln\lvert x\rvert-e^{-x}$ d) $\frac{1}{15}(3x-2)^5$ e) $\frac{1}{2}\sin(2x)$ f) $\frac{1}{2}\ln(2x+1)$
Aufgabe 5 ★	8
Sprungaufgabe C	$F'(x)=f(x)$
Aufgabe 6 ★	a) nach 2 h, 12 m³/h b) 32 m³ c) $V(t)=10+6t^2-t^3$
Aufgabe 7 ★	$a=3$
Aufgabe 8	a) $(-2\mid 2),(4\mid 8)$ b) 18 c) $g>f$ zwischen den Schnittstellen

Lösungswege

Sprungaufgabe A:

a) Potenzregel rückwärts

b) Faktor $\frac{1}{2}$ wegen innerer Ableitung 2

c) $\left[-\frac{1}{x}\right]_1^2=-\frac{1}{2}+1$

d) $\left[x^2+x\right]_0^1=2$

Aufgabe 1:

a) $\left[\frac{1}{3}x^3-x^2\right]_1^3=0-\left(-\frac{2}{3}\right)$

b) $\left[2e^{2x}\right]_0^1=2e^2-2$

Beispiel 2: Lücken

$x=\pm 2 \cdot F(x)=\frac{1}{3}x^3-4x \cdot F(-2)=-\frac{8}{3}+8=\frac{16}{3} \cdot A=\frac{32}{3}$

Aufgabe 2:

Nullstellen 0 und 2; $\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_0^2=-\frac{8}{3}+4=\frac{4}{3}$

Aufgabe 3:

a) Bei Stammfunktionen teilt man durch die innere Ableitung.

b) x^{-2} mit Potenzregel: $\frac{x^{-1}}{-1}=-\frac{1}{x}$.

c) Das Stück über $[-1;0]$ liegt unter der x-Achse: $A=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$.

d) Durch die innere Ableitung 2 teilen: $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$.

Sprungaufgabe B:

a) $\left[-\cos x\right]_0^{\pi}=1+1$

b) Schnittstellen 0 und 1; $\int_0^1 (x-x^2)\,dx=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

Aufgabe 4:

a) $2x^{-3}$: $\frac{2x^{-2}}{-2}$

b) $x^{\frac{1}{2}}$: $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}$

c) Summenregel

d) $\frac{1}{5}(3x-2)^5 \cdot \frac{1}{3}$

e) $\sin(2x) \cdot \frac{1}{2}$

f) $\ln(2x+1) \cdot \frac{1}{2}$

Aufgabe 5:

Nullstellen $-2;0;2$; punktsymmetrisch: $A=2 \cdot \int_0^2 (4x-x^3)\,dx=2 \cdot \left[2x^2-\frac{1}{4}x^4\right]_0^2=2 \cdot 4=8$

Sprungaufgabe C:

$F'(x)=e^x+xe^x-e^x=xe^x$ ✓ (Produktregel)

Aufgabe 6:

a) Scheitel von r: $r'(t)=-6t+12=0$

b) $\int_0^4 r(t)\,dt=\left[-t^3+6t^2\right]_0^4=32$

c) $V(t)=10+\int_0^t r(s)\,ds$

Aufgabe 7:

$\left[x^2\right]_0^a=a^2=9$

Aufgabe 8:

a) $\frac{1}{2}x^2=x+4 \Leftrightarrow x^2-2x-8=0$, $x=-2$ oder $x=4$ (3 BE)

b) $\left[\frac{1}{2}x^2+4x-\frac{1}{6}x^3\right]_{-2}^{4}=\frac{40}{3}+\frac{14}{3}=18$ (4 BE)

c) Zwischen -2 und 4 liegt der Graph von g oberhalb von f (z. B. $g(0)=4>0=f(0)$). (1 BE)

Zum Weiterdenken:

$\int_1^z \frac{1}{x^2}dx=1-\frac{1}{z}\to 1$; dagegen $\int_1^z \frac{1}{x}dx=\ln z\to\infty$. Die Fläche unter $\frac{1}{x}$ wächst unbegrenzt, wenn auch sehr langsam.