

AB 7 · Lösungen

Datum:

Abi

Lösungsleiter: Vergleichen Sie zuerst nur Ihr **Endergebnis** (Tabelle). Stimmt es nicht, lesen Sie den Lösungsweg Schritt für Schritt, bis Sie die erste Abweichung finden. Fehler anstreichen, nicht löschen – mit **grün** verbessern und die Ursache notieren.

Endergebnisse

Aufgabe	Endergebnis
Sprungaufgabe A	a) $y=9x-16$ b) $H(-1\mid 2)$, $T(1\mid -2)$ c) $W(0\mid 0)$
Aufgabe 1 ★	$H(-3\mid 28)$, $T(1\mid -4)$, $W(-1\mid 12)$
Beispiel 2 (Lücken)	$3;\ 2x-2;\ 2;\ 2x-1$
Aufgabe 2 ★	a) $y=-x+2$ b) $y=x+1$
Aufgabe 3 ★	a) hinreichende Bedingung fehlt b) rechtsgekrümmt c) $y=6x-9$ d) Extremstellen
Sprungaufgabe B	$H\left(1\mid \frac{1}{e}\right)$, $W\left(2\mid \frac{2}{e^2}\right)$
Aufgabe 4 ★	a) $T(\pm 2\mid -4)$, $H(0\mid 0)$ b) $W\left(\pm\frac{2}{\sqrt{3}}\mid -\frac{20}{9}\right)$ c) siehe Lösungsweg
Aufgabe 5 ★	a) Tiefpunkt bei $x=-2$ b) fallend für $x\le -2$, steigend für $x\ge -2$ c) $x=-1$ und $x=1$ d) kein VZW
Sprungaufgabe C	$a>0$
Aufgabe 6 ★	a) nach 2 h, 12 m³/h b) nach 4 h, 47 m³ c) stärkste Zunahme
Aufgabe 7 ★	$(2\mid 8)$ und $(-2\mid -8)$
Aufgabe 8	a) $T(3\mid -27)$; Terrassenpunkt $(0\mid 0)$ b) VZW von f'' c) $y=-16x+16$

Lösungswege

Sprungaufgabe A:

a) $f(2)=2$, $f'(x)=3x^2-3$, $f'(2)=9$: $y=9(x-2)+2$

b) $f'(x)=0$: $x=\pm 1$; $f''(x)=6x$: $f''(-1)<0$, $f''(1)>0$

c) $f''(x)=0$: $x=0$, VZW von f''

Aufgabe 1:

$f'(x)=3(x+3)(x-1)$, $f''(x)=6x+6$; $f''(-3)<0$: Hochpunkt; $f''(1)>0$: Tiefpunkt; $f''(x)=0$ für $x=-1$. Steigend für $x\le -3$ und $x\ge 1$, fallend dazwischen.

Beispiel 2: Lücken

$f(2)=4-4+3=3$ · $f'(x)=2x-2$ · Steigung 2 · $y=2x-4+3=2x-1$

Aufgabe 2:

a) $f(1)=1$, $f'(1)=-1$

b) $g(0)=1$, $g'(0)=1$

Aufgabe 3:

a) Es fehlt der VZW von f' (oder $f''(2)<0$); bei einem Terrassenpunkt ist $f'=0$ ohne Extremum.

b) $f''<0$ beschreibt die Krümmung (rechtsgekrümmt), nicht die Monotonie.

c) Der Punkt fehlt: $y=6(x-3)+9=6x-9$.

d) Nullstellen von f' (mit VZW) sind Extremstellen von f.

Sprungaufgabe B:

$f'(x)=(1-x)e^{-x}$: Nullstelle $x=1$, VZW von + nach –: Hochpunkt. $f''(x)=(x-2)e^{-x}$: Nullstelle $x=2$ mit VZW: Wendepunkt.

Aufgabe 4:

a) $f'(x)=x^3-4x=x(x-2)(x+2)$; $f''(x)=3x^2-4$; $f''(0)<0$, $f''(\pm 2)>0$

b) $f''(x)=0$: $x^2=\frac{4}{3}$; $f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)=\frac{4}{9}-\frac{8}{3}=-\frac{20}{9}$

c) fallend für $x\le -2$ und $0\le x\le 2$; steigend für $-2\le x\le 0$ und $x\ge 2$

Aufgabe 5:

a) f' wechselt bei $x=-2$ von – nach +

b) $f'<0$ links von -2, sonst $f'\ge 0$

c) Extremstellen von f': Hochpunkt bei $x=-1$, Tiefpunkt bei $x=1$

d) $f'(1)=0$, aber f' bleibt positiv: Terrassenpunkt (waagrechter Wendepunkt).

Sprungaufgabe C:

$f'(x)=3x^2-a=0$ hat zwei Lösungen mit VZW genau für $a>0$.

Aufgabe 6:

a) $V'(t)=-3t^2+12t$ maximal, wo $V''(t)=-6t+12=0$: $t=2$, $V'(2)=12$

b) $V'(t)=-3t(t-4)=0$: $t=4$ (VZW + nach –), $V(4)=47$; Randwerte $V(0)=15$, $V(6)=15$

c) An der Wendestelle ist die Änderungsrate maximal – der Zufluss ist dort am stärksten.

Aufgabe 7:

$f'(x)=3x^2=12$, also $x=\pm 2$

Aufgabe 8:

a) $f'(x)=4x^3-12x^2=4x^2(x-3)$; bei $x=3$ VZW – nach +: Tiefpunkt; bei $x=0$ kein VZW (doppelte Nullstelle): Terrassenpunkt (4 BE)

b) $f''(x)=12x^2-24x=12x(x-2)$: einfache Nullstellen 0 und 2, jeweils VZW (2 BE)

c) $f(2)=-16$, $f'(2)=-16$: $y=-16(x-2)-16$ (2 BE)

Zum Weiterdenken:

Ja: f'' ist linear mit Steigung $6a\neq 0$, hat also genau eine Nullstelle – mit Vorzeichenwechsel.