

AB 6 · Lösungen

Datum:

Abi

Lösungsleiter: Vergleichen Sie zuerst nur Ihr **Endergebnis** (Tabelle). Stimmt es nicht, lesen Sie den Lösungsweg Schritt für Schritt, bis Sie die erste Abweichung finden. Fehler anstreichen, nicht löschen – mit **grün** verbessern und die Ursache notieren.

Endergebnisse

Aufgabe	Endergebnis
Sprungaufgabe A	a) $12x^3+\frac{2}{x^2}$ b) $(x^2+2x)e^x$ c) $\frac{2}{\sqrt{4x+1}}$ d) $\frac{2x}{x^2+1}$
Aufgabe 1 ★	a) $(3x+5)e^x$ b) $\ln x+1$
Beispiel 2 (Lücken)	$4u^3;\ 2x;\ 2x;\ 8x(x^2+3)^3$
Aufgabe 2 ★	a) $15(3x-1)^4$ b) $-2x\cdot e^{-x^2}$ c) $2\cos(2x)$
Aufgabe 3 ★	a) $(1+x)e^x$ b) $3e^{3x}$ c) $-\frac{1}{x^2}$ d) $4(2x+1)$
Sprungaufgabe B	a) $2x(1-x)e^{-2x}$ b) $\frac{1}{x}$ c) $-\frac{8}{(x-1)^3}$
Aufgabe 4 ★	a) $2x^3-6x+\frac{1}{2\sqrt{x}}$ b) $10e^{2x-1}$ c) $-\frac{9}{x^4}$ d) $\frac{1}{x-5}$ e) $\frac{3}{2}\sqrt{x}$ f) $-\pi\sin(\pi x)$
Aufgabe 5 ★	a) $(1-2x^2)e^{-x^2}$ b) $(x+1)(x+3)e^x$ c) $x(2\ln x+1)$
Sprungaufgabe C	$f''(x)=k^2e^{kx}$
Aufgabe 6 ★	a) Nachweis b) $f^{(n)}(x)=(x-2+n)e^x$ c) $f'''(x)=(x+1)e^x$
Aufgabe 7 ★	a) $(10-5t)e^{-0{,}5t}$ b) 10 c) $t=2$
Aufgabe 8	a) Kettenregel b) $y=x-1+\ln 2$ c) Vorzeichenwechsel von f'

Lösungswege

Sprungaufgabe A:

a) $-2x^{-1}$ abgeleitet: $2x^{-2}$

b) Produktregel: $2x\cdot e^x+x^2\cdot e^x$

c) Kette: $\frac{1}{2\sqrt{4x+1}}\cdot 4$

d) Kette: $\frac{1}{x^2+1}\cdot 2x$

Aufgabe 1:

a) $3e^x+(3x+2)e^x$

b) $1\cdot\ln x+x\cdot\frac{1}{x}$

Beispiel 2: Lücken

äußere Ableitung $4u^3$, innere Ableitung $2x$, zusammen $f'(x)=4(x^2+3)^3\cdot 2x=8x(x^2+3)^3$

Aufgabe 2:

a) $5(3x-1)^4 \cdot 3$ b) $e^{-x^2} \cdot (-2x)$ c) $\cos(2x) \cdot 2$

Aufgabe 3:

a) Produktregel nötig: $1 \cdot e^x + x \cdot e^x$.

b) Innere Ableitung 3 vergessen.

c) Mit der Stammfunktion verwechselt: $(x^{-1})' = -x^{-2}$.

d) Innere Ableitung 2 vergessen: $2(2x+1) \cdot 2$.

Sprungaufgabe B:

a) $2xe^{-2x} + x^2 \cdot (-2)e^{-2x}$ b) $\frac{1}{3x} \cdot 3$ c) $4(x-1)^{-2}$ abgeleitet: $-8(x-1)^{-3}$

Aufgabe 4:

a) Summenregel b) $5 \cdot 2 \cdot e^{2x-1}$ c) $3x^{-3}$: $-9x^{-4}$

d) $\frac{1}{5-x} \cdot (-1)$ e) $x^{\frac{3}{2}}$: $\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$ f) $-\sin(\pi x) \cdot \pi$

Aufgabe 5:

a) $e^{-x^2} + x \cdot (-2x)e^{-x^2}$

b) $2(x+1)e^x + (x+1)^2 e^x = (x+1)(2+x+1)e^x$

c) $2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x}$

Sprungaufgabe C:

$f'(x) = k \cdot e^{kx}$, $f''(x) = k \cdot k \cdot e^{kx} = k^2 \cdot f(x)$

Aufgabe 6:

a) $e^x + (x-2)e^x = (x-1)e^x$; ebenso $e^x + (x-1)e^x = xe^x$

b) Bei jedem Ableiten wird die Zahl in der Klammer um 1 größer.

c) Produktregel: Die Ableitung des Klammerterms liefert $+1 \cdot e^x$.

Aufgabe 7:

a) $10e^{-0,5t} + 10t \cdot (-0,5)e^{-0,5t}$

b) Zu Beginn steigt die Konzentration um 10 mg/l pro Stunde.

c) $10 - 5t = 0$, da $e^{-0,5t} \neq 0$

Aufgabe 8:

a) äußere Ableitung $\frac{1}{x^2+1}$, innere $2x$ (2 BE)

b) $f(1) = \ln 2$, $f'(1) = 1$: $y = 1 \cdot (x-1) + \ln 2$ (3 BE)

c) $f'(0) = 0$; Nenner positiv, also $f'(x) < 0$ für $x < 0$ und $f'(x) > 0$ für $x > 0$: Tiefpunkt $(0 \mid 0)$ (3 BE)

Zum Weiterdenken:

Kettenregel mit innerer Funktion $x \ln x$ (Ableitung $\ln x + 1$): $f'(x) = x^x \cdot (\ln x + 1)$.