


# AB 1 · Lösungen

Datum:

Abi

**Lösungsleiter:** Vergleichen Sie zuerst nur Ihr **Endergebnis** (Tabelle). Stimmt es nicht, lesen Sie den Lösungsweg Schritt für Schritt, bis Sie die erste Abweichung finden. Fehler anstreichen, nicht löschen – mit **grün** verbessern und die Ursache notieren.

## Endergebnisse

| Aufgabe | Endergebnis |
|---|---|
| Sprungaufgabe A | a) $x$ b) $4x^2-12x+9$ c) $\frac{5}{2x}$ d) $4x^{-\frac{1}{2}}$ |
| Aufgabe 1 ★ | a) $x^{\frac{5}{2}}$ b) $a^{\frac{11}{3}}$ |
| Beispiel 2 (Lücken) | $x^2$; 4; 2; $2x$ |
| Aufgabe 2 ★ | a) $3x(x+2)^2$ b) $5x^2(x-2)(x+2)$ |
| Aufgabe 3 ★ | a) $x^2+6x+9$ b) $x+\frac{4}{x}$ c) $x^7$ d) $\frac{x+2}{2x}$ |
| Sprungaufgabe B | a) $\frac{4}{x^2-1}$ b) $\frac{x-3}{2}$ c) $x+2+\frac{1}{x}$ |
| Aufgabe 4 ★ | a) $x^2-2$ b) $4x^{-2}+1$ c) $3x+x^{-\frac{1}{2}}$ d) $x^{\frac{3}{2}}+2x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}$ |
| Aufgabe 5 ★ | a) $\frac{x^2+x+1}{x(x+1)}$ b) $\frac{3-2x}{x^2}$ c) $\frac{x+2}{x}$ |
| Sprungaufgabe C | Zähler $e^{2x}-1=(e^x-1)(e^x+1)$, dann kürzen |
| Aufgabe 6 ★ | a) Umformung b) $x=\frac{1}{2}$ und $x=-\frac{1}{2}$ c) Satz vom Nullprodukt |
| Aufgabe 7 ★ | a) Oberfläche $+21\,\%$, Volumen $+33{,}1\,\%$ b) $\sqrt[3]{2}$ |
| Aufgabe 8 | a) $D_f=R\setminus\{0;2\}$ b) $x=-2$; $x=0$ und $y=1$ c) $\frac{2}{x}>0$ für $x>0$ |

## Lösungswege

### Sprungaufgabe A:

a) $\frac{x^{5-2}}{x^2}=x^{3-2}=x$

b) $(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 3+3^2=4x^2-12x+9$

c) $\frac{6}{2x}-\frac{1}{2x}=\frac{5}{2x}$

d) $\frac{4}{x^{\frac{1}{2}}}=4x^{-\frac{1}{2}}$

### Aufgabe 1:

a) $x^{4+\frac{1}{2}-2}=x^{\frac{5}{2}}=x^2\sqrt{x}$

b) $a^{5-1-\frac{1}{3}}=a^{\frac{11}{3}}$

### Beispiel 2: Lücken

Lücken der Reihe nach: $x^2$, $4\cdot$ dann $2$ (denn $2^2=4$ und $2\cdot x\cdot 2=4x$) · Faktor $2x$.

### Aufgabe 2:

a) $3x\left(x^2+4x+4\right)=3x\left(x+2\right)^2$

b) $5x^2\left(x^2-4\right)=5x^2\left(x-2\right)\left(x+2\right)$ (3. binomische Formel)

### Aufgabe 3:

a) Mischterm $2\cdot x\cdot 3=6x$ vergessen: $x^2+6x+9$.

b) Aus einer Summe gekürzt. Richtig: $\frac{x^2}{x}+\frac{4}{x}=x+\frac{4}{x}$.

c) Exponenten multipliziert statt addiert: $x^{3+4}=x^7$.

d) Zähler und Nenner einzeln addiert. Hauptnenner $2x$: $\frac{2}{2x}+\frac{x}{2x}=\frac{x+2}{2x}$.

### Sprungaufgabe B:

a) $\frac{2\left(x+1\right)-2\left(x-1\right)}{\left(x-1\right)\left(x+1\right)}=\frac{4}{x^2-1}$

b) $\frac{\left(x-3\right)\left(x+3\right)}{2\left(x+3\right)}=\frac{x-3}{2}$ für $x\neq -3$

c) $x+2\cdot\sqrt{x}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x}=x+2+\frac{1}{x}$

### Aufgabe 4:

a) $\frac{x^3}{x}-\frac{2x}{x}=x^2-2$ $(x\neq 0)$

b) $\frac{4}{x^2}+\frac{x^2}{x^2}=4x^{-2}+1$

c) $\frac{3x^2}{x}+\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x}=3x+x^{-\frac{1}{2}}$

d) $\frac{x^2+2x+1}{x^{\frac{1}{2}}}=x^{\frac{3}{2}}+2x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}$

### Aufgabe 5:

a) $\frac{\left(x+1\right)+x\cdot x}{x\left(x+1\right)}=\frac{x^2+x+1}{x\left(x+1\right)}$

b) $\frac{3}{x^2}-\frac{2x}{x^2}=\frac{3-2x}{x^2}$

c) Hauptnenner $x\left(x-2\right)$: $\frac{x^2-4}{x\left(x-2\right)}=\frac{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}{x\left(x-2\right)}=\frac{x+2}{x}$ $(x\neq 0;2)$

### Sprungaufgabe C:

$e^{2x}=\left(e^x\right)^2$, also ist der Zähler eine 3. binomische Formel: $e^{2x}-1=\left(e^x-1\right)\left(e^x+1\right)$. Da $e^x+1>0$, darf man kürzen: Ergebnis $e^x-1$.

### Aufgabe 6:

a) $\frac{4x^2-4x+1}{x}=4x-4+\frac{1}{x}$

b) $f'(x)=4-\frac{1}{x^2}=\frac{4x^2-1}{x^2}=\frac{\left(2x-1\right)\left(2x+1\right)}{x^2}$; Zähler gleich null: $x=\pm\frac{1}{2}$

c) Ein Produkt ist null, wenn ein Faktor null ist – man liest die Nullstellen direkt ab.

**Aufgabe 7:**

a) $O=6(1,1a)^2=1,21\cdot 6a^2$; $V=(1,1a)^3=1,331\cdot a^3$, da $(k\cdot a)^n=k^n\cdot a^n$.

b) $k^3=2\Rightarrow k=\sqrt[3]{2}\approx 1,26$

**Aufgabe 8:**

a) Nenner $x(x-2)=0$ für $x=0$ oder $x=2$, also $D_f=R\setminus\{0;2\}$. Zähler $(x-2)(x+2)$; Kürzen mit $(x-2)$ ergibt $\frac{x+2}{x}$. (3 BE)

b) Nullstelle $x=-2$ (liegt in $D_f$). Senkrechte Asymptote $x=0$, waagrechte Asymptote $y=1$; bei $x=2$ nur eine Definitionslücke. (3 BE)

c) $\frac{x+2}{x}=\frac{x}{x}+\frac{2}{x}=1+\frac{2}{x}$; für $x>0$ ist $\frac{2}{x}>0$, also $f(x)>1$. (2 BE)

**Zum Weiterdenken:**

$10x-x=9,\overline{9}-0,\overline{9}=9$, also $9x=9$ und $x=1$. Ja: $0,\overline{9}$ und $1$ sind dieselbe Zahl.